А. Ю. Казарин

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

alkidkaz@mail.ru

ПОЛЕ В СЛОИСТО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ, ПОРОЖДЕННОЕ КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ МУЛЬТИПОЛЕЙ

Рассматривается плоская $(n+1)$-фазная среда, линиями сопряжения разнородных компонентов которой служат n параллельных прямых $\mathcal{L}_k = \{t : \ t = x + \mathrm{i}h_k, -\infty < x < \infty\}$, $h_k < h_{k-1}$, $k = \overline{1,n}$, т. е. компонентами среды являются: верхняя полуплоскость S_1, полосы S_2, $S_3, \ldots, S_n$ и нижняя полуплоскость S_{n+1}. Кусочно-мероморфная функция $v(z) = v_k(z) = F_k(z) + V_k(z)$, $V_k(z) \in \mathcal{H}(S_k)$, с заданной главной частью $F_k(z)$ отыскивается ([1], с. 8) по краевым условиям

$$\begin{cases} v_1(t) = A_1 v_2(t) - B_1 \overline{v_2(t)}, & t \in \mathcal{L}_1, \\ v_2(t) = A_2 v_3(t) - B_2 \overline{v_3(t)}, & t \in \mathcal{L}_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots \\ v_{n-1}(t) = A_{n-1} v_n(t) - B_{n-1} \overline{v_n(t)}, & t \in \mathcal{L}_{n-1}, \\ v_{n+1}(t) = A_n v_n(t) - B_n \overline{v_n(t)}, & t \in \mathcal{L}_n, \end{cases} \qquad (1)$$

где $A_k = [\rho_k + \rho_{k+1}]/2\rho_k$, $k = \overline{1, n-1}$, $A_n = [\rho_{n+1} + \rho_n]/2\rho_{n+1}$, $B_k = 1 - A_k$, $\rho_k > 0$.

Для каждой из функций $V_k(z)$, $k = \overline{2,n}$, отыскиваемой в полосе S_k, справедливо представление в виде суммы функции $V_k^+(z)$, голоморфной всюду выше прямой $\mathcal{L}_k$, и функции V_k^- $-(z)$, голоморфной всюду ниже прямой $\mathcal{L}_{k-1}$.

Для функции $V_n^-(z)$ с помощью краевого условия (1) получено представление в виде левого одностороннего интеграла

Фурье:

$$V_n^-(z) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} \frac{f_0(t)e^{\mathrm{i}zt}dt}{1 - \mathbf{P}e^{\mathrm{i}zt}/e^{\mathrm{i}zt}}, \tag{2}$$

где функция $f_0(t)$ является оригиналом, соответствующим изображению $F_0(z)$, последнее определяется явным образом через заданные функции $F_k(z)$, $k = \overline{1, m+1}$ (см. [2]). Далее, $\mathbf{P}$ – оператор вида

$$\mathbf{P} = \sum_{l=1}^{2^{n-1}-1} \mathbf{P}_{\mathbf{j}_l},$$

$\mathbf{j}_l$ – мультииндекс четной размерности $m = \dim(\mathbf{j}_l) = 2k$.

$$P_{\mathbf{j}_l} f(z) = \begin{cases} -\Delta_{\mathbf{j}_l} f(z_{\mathbf{j}_l}), & m = 2k,\ j_m \neq n, \\ \Delta_{\mathbf{j}_l} f(z_{\mathbf{j}_l}), & m = 2k,\ j_m = n, \\ \Delta_{\mathbf{j}_l} \overline{f(z_{\mathbf{j}_l})}, & m = 2k+1, \end{cases}$$

$$\Delta_{\mathbf{j}} = \prod_{k=1}^{m} \Delta_{j_k}, \quad \Delta_i = B_i/A - i, \quad i = \overline{1, n},$$

а $z_{\mathbf{j}}$ – образ точки z при ее последовательных симметриях относительно прямых $\mathcal{L}_{j_1}$, $\mathcal{L}_{j_2}$, …, $\mathcal{L}_{j_m}$, т. е.

$$z_{\mathbf{j}} = \begin{cases} z + 2\mathrm{i}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{m}}(-1)^{\mathrm{k}}\mathrm{h}_{\mathrm{j_k}}, & \mathrm{m} = 2\mathrm{l}, \\ \bar{z} + 2\mathrm{i}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{m}}(-1)^{\mathrm{k+1}}\mathrm{h}_{\mathrm{j_k}}, & \mathrm{m} = 2\mathrm{l}+1. \end{cases}$$

Функции $V_k(z)$ выражаются с помощью полученного представления (2) из краевых условий (1). Ясно, что, если известна функция $v_{k+1}(z)$, то функция $v_k(z)$ определяется соотношением

$$v_k(z) = A_k v_{k+1}(z) - B_k \overline{v_{k+1}(2\mathrm{i}h_k + \bar{z})}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Обносов Ю. В. *Краевые задачи теории гетерогенных сред. Многофазные среды, разделенные кривыми второго порядка.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2009. – 205 с.

2. Казарин А. Ю. *Обобщенная теорема Милн-Томсона для слоисто-параллельной среды.* // Тр. Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: Изд-во Казанск. матем. об-ва, 2011. – Т. 43. – С. 176–177.

К. П. Казьмина

Лицей "Вторая школа", г. Москва,

kristinak96@mail.ru

О НЕИЗОМЕТРИЧНЫХ ТЕТРАЭДРАХ, СЛОЖЕННЫХ ИЗ РАЗНЫХ ОТРЕЗКОВ

Хорошо известно, что из трех отрезков, длины которых удовлетворяют неравенству треугольника, можно сложить единственный треугольник. Аналогом этого утверждения в трехмерном пространстве является следующий вопрос: *сколько неизометричных тетраэдров можно сложить из шести заданных отрезков?*

Целью работы является исследование этого вопроса в случае, когда все шесть заданных отрезков различны. А именно, мы доказали гипотезу о возможном количестве тетраэдров, которые можно сложить из данного набора различных отрезков, ранее высказанную в [1], а также сформулировали аналог неравенства треугольника в пространстве, который является критерием существования максимально возможного количества тетраэдров.